

УДК 378.046:51+371.64/.69

Ерусалимский Я.М.

СОВРЕМЕННЫЙ УЧЕБНИК МАТЕМАТИКИ И ТРЕБОВАНИЯ К НЕМУ

Ключевые слова: современный учебник, интерактивность, гипертекстовость, алгоритмичность, компьютеризация, модульность.

Настоящая работа посвящена современному вузовскому учебнику по математике. Каким он должен быть, какова его роль в современном образовательном процессе, каковы перспективы учебника как основного средства обучения?

Проблемы учебника, вероятно, являются ровесниками самих учебников. Учебник в своем историческом развитии прошел длительный путь. Первый российский учебник математики Л.Ф. Магницкого «Арифметика, сиречь наука числительная» (СПб., 1703) трудно назвать таковым с сегодняшней точки зрения, но он оставался основным (и единственным) до середины XVIII в. Его роль в развитии математического образования в России трудно переоценить. Т.С. Полякова пишет: «Эта книга явилась первым фундаментальным трудом в истории русского математического образования. Именно она сделала Магницкого по-настоящему знаменитым. По этой книге учились многие поколения русских людей. Ломоносов называл ее “вратами учености” и многое оттуда знал наизусть» [5, с. 43]. Следующий этап в истории российских учебников математики связан с Леонардом Эйлером и его методико-математической школой: С.К. Котельниковым, С.Я. Разумовским, М.Е. Головиным, Н.И. Фуссом. «Руководство к арифметике» и «Универсальная арифметика» Л. Эйлера стали прообразом всех последующих учебников алгебры, начиная с Н.И. Фусса (XVIII в.) и заканчивая А.П. Киселевым (XX в.).

XX век стал веком не только расцвета российской математики, но и создания подлинно российской системы математического образования. Подготовка и издание учебников по математике для вузов в России (СССР) стали носить целенаправленный характер [1]. Была создана и соответствующая

издательско-полиграфическая база, представленная такими издательствами, как «Физматгиз», «Наука», «Высшая школа» и др. В это время были написаны классические учебники по курсу высшей математики С.К. Кудрявцева, Н.К. Никольского, Н.Н. Пискунова, фундаментальный «Курс высшей математики» В.И. Смирнова, «Курс высшей алгебры» А.Г. Куроша, «Курс математического анализа» Г.М. Фихтенгольца, «Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям» И.Г. Петровского, «Краткий курс аналитической геометрии» Н.В. Ефимова, «Аналитическая геометрия» И.А. Привалова, «Курс аналитической геометрии» Н.И. Мусхелишвили, «Краткий курс высшей математики» И.П. Натансона, «Теория функций комплексного переменного» И.А. Привалова и др.

Изменения, которым подвергается система высшего образования России, как и мировая и, в частности, европейская система образования, связаны с необходимостью соответствовать времени и тем реалиям, которые складываются в первую очередь в связи с процессом глобализации. Болонская декларация поставила задачу создания единого европейского образовательного пространства. Присоединение России к этой декларации означает включение нашей страны в этот процесс. Несмотря на имеющиеся в декларации фразы о том, что каждая страна-участница имеет право на свою собственную систему высшего образования, следует признать, что реальные шаги по реализации Болонского соглашения таковы:

- переход на двухуровневую систему образования «бакалавр – магистр»;
- внедрение системы ECTS (European Transfer Credit System – Европейская система измерения трудоемкости учебных курсов);

- компетентностный подход к формированию учебных планов и программ;
- академическая мобильность студентов;
- новые принципы организации учебного процесса (в частности, кредитно-модульный).

Ясно, что самое главное в происходящих изменениях – это многоуровневость высшего образования: бакалавр – магистр, академическая мобильность, понимаемая уже не как право студента, а скорее как обязанность и студента, и вуза. Что следует из сказанного? Необходимость пересмотра содержания образования и его организации. Пересмотр содержания в настоящее время определяется в основном завершением разработки ФГОС ВПО третьего поколения и последующим переходом на эти стандарты. Организация учебного процесса, естественно, должна измениться и меняться, поскольку при двухуровневой системе образования она не может и не должна оставаться такой, какой она была при одноуровневой системе.

Уже первые ГОС ВПО, введенные в 1994 г., существенно изменили содержание образования. Во-первых, наряду с ГОС ВПО специальностей (одноуровневая подготовка), появились ГОС ВПО направлений подготовки (двухуровневая система подготовки «бакалавр (4 года) – магистр (+2 года)»). Во-вторых, во все ГОС ВПО, включая гуманитарные, включены курсы математики и, по существу, новый курс информатики. Значительно в содержательном плане изменился и курс математики для технических (инженерных) и естественно-научных специальностей и направлений подготовки. В нем появились новые разделы: дискретная математика, статистические

методы обработки экспериментальных данных, элементы теории функций и функционального анализа.

Такое изменение содержания курса математики привело к тому, что все существовавшие на момент выхода ГОС ВПО учебники математики сразу устарели, поскольку возникло несоответствие между содержанием учебника и типовой программой курса, разработанной в соответствии с требованиями ГОС ВПО.

Термин «современный учебник» широко распространен, применяется в основном в рекламных целях, вплоть до названия номинаций на многочисленных конкурсах. Однако такое его применение, как правило, не соответствует глубокому смыслу, заложенному в понятие «современный». В сфере рекламы термин «современный» означает «свежий», т.е. недавно опубликованный или недавно написанный. Ясно, что понятие «современный» не связано напрямую ни с тем, ни с другим. Дата выхода в свет не может быть критерием современности учебника, как, впрочем, и любой продукции, произведенной человеком, – идет ли речь о книге, картине или автомобиле. Современность означает соответствие требованиям времени. Цель настоящей работы: сформулировать и обосновать те требования, которым должен удовлетворять учебник по математике, чтобы к нему было применимо понятие «современный», а также определить место и роль современного учебника в кредитно-модульной системе обучения.

В настоящей работе мы будем систематически использовать термин «учебник», понимая под этим учебник или учебное пособие по математике для вузов. Однако мы полагаем, что многое из сказанного справедливо не только для учебников по математике,

но и для учебников по другим учебным дисциплинам.

В качестве примера реализации положений, о которых идет речь в настоящей работе, мы используем учебник [2] и учебное пособие [3]. Каким же требованиям должен удовлетворять учебник по математике, чтобы его можно было отнести к категории «современный»? Сформулируем требования к современному учебнику по математике:

1. Соответствие действующим Федеральным государственным образовательным стандартам высшего профессионального образования (ФГОС ВПО).
2. Современный стиль изложения.
3. Интерактивность.
4. Гипертекстовость.
5. Современный дизайн.
6. Компьютеризированность и алгоритмичность.
7. Модульность.
8. Технологичность.
9. Открытость – замкнутость.

Расшифруем более подробно каждый из сформулированных тезисов (тезис № 1 в расшифровке не нуждается).

Современный стиль изложения

Под современным стилем изложения для учебника математики следует понимать, конечно, не только и не столько использование современного языка (необходимость этого бесспорна). Под современным стилем изложения следует понимать следующее: стиль изложения должен соответствовать тому, к чему подготовлены студенты. Они обучались в школе по нынешним школьным учебникам. Для этих учебников характерно активное использование теоретико-множественной символики. Это, безусловно, можно и необходимо

использовать и в вузовских учебниках математики.

Более существенным моментом является использование удобных обозначений. Примеры таких обозначений см. в [2], раздел «Линейная алгебра», – матрица линейного оператора в паре базисов, матрица перехода от базиса к базису и т.п.

Интерактивность

Под интерактивностью учебника будем понимать такое его строение, которое заставляет читателя активно работать с учебником. Чем достигается интерактивность? Во-первых, учебник должен заставлять заниматься усвоением материала, а не просто чтением. В первую очередь этому способствуют контрольные вопросы, которыми нужно сопровождать каждый его параграф. Контрольные вопросы необходимо тщательно отбирать, чтобы они возвращали читателя к главному в содержании соответствующего параграфа или раздела. Особо важными представляются вопросы «отрицательного свойства», т.е. что может быть, если условия теоремы не выполняются, или что означает отрицание приведенного определения. Примеры вопросов такого типа см. в [2; 3].

Учебники математики отличает от всех остальных наличие обширных выкладок (преобразований). Во время лекции преподаватель, выполняя их на доске, подробно объясняет студентам, что и как он делает. Преобразования, приведенные в учебнике, не могут сами себя комментировать, а без этого они плохо воспринимаются и делают учебник труднопонимаемым. В учебнике [2] и в учебном пособии [3] мы активно используем для комментирования преобразований надписи над знаком равенства, которые позволяют читателю понять, как или на основании

чего получено то, что записано справа от знака равенства, из стоящего слева от знака равенства. В одних случаях это номер формулы, которая была применена, в других – ссылка на соответствующую теорему и т.п. Например (см. [2, с. 241]), применение теоремы о пределе суммы записывается таким образом:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta f}{\Delta x} + \frac{\Delta g}{\Delta x} \right) \stackrel{\text{теор. 17.5}}{=} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g}{\Delta x}.$$

Этот прием мы называем «озвучиванием» формул (выкладок, преобразований).

Гипертекстовость

Приведем цитату из Википедии: «Термин “гипертекст” был введен Тедом Нельсоном в 1965 году для обозначения “текста, ветвящегося или выполняющего действия по запросу”. Обычно гипертекст представляется набором текстов, содержащих узлы перехода от одного текста к какому-либо другому, позволяющие избирать читаемые сведения или последовательность чтения. Общеизвестным и ярко выраженным примером гипертекста служат веб-страницы – документы HTML (язык разметки гипертекста), размещенные в Сети. В более широком понимании термина гипертекстом является любая повесть, словарь или энциклопедия, где встречаются ссылки к другим частям данного текста или других текстов».

Согласно letopisi.ru: «Гипертекстом называют любой текст, в котором обнаруживаются какие-либо ссылки на другие фрагменты. Гипертекстовая система – это информационная система, способная хранить информацию в виде электронного текста, позволяющая устанавливать электронные связи между любыми “информационными единицами”, хранящимися в ее памяти».

ти, и вызывать их на экран монитора “простым нажатием кнопки”».

Прочитав эти два определения, можно подумать, что они не имеют никакого отношения к учебникам, в частности учебникам математики. В них речь идет о веб-страницах, информационных единицах, языке HTML и т.п. Однако строение современного учебника математики должно быть гипертекстовым в соответствии с определениями, приведенными выше. Необходимо только понимать, что главным в этих определениях является следующее: гипертекстовость – это особый способ организации текстовой информации, когда она имеет сложную структуру, представленную как вложенными ветвящимися информационными единицами, при этом внешние могут восприниматься и без раскрытия внутренних, так и в виде набора отдельных информационных единиц, между которыми существуют логико-смысловые связи. Если мы согласимся с таким пониманием гипертекста, то сама логическая структура математического знания диктует в качестве необходимого условия его изложения гипертекстовость. Чем она достигается? В первую очередь, наличием подробного предметного указателя. Предметный указатель выполняет функцию базы данных адресов гиперссылок. В самом тексте желательно содержимое предметного указателя выделять (как это и принято для гипертекста). Предметный указатель должен быть достаточно обширным и подробным. Так, пункт «функция» в предметном указателе учебника [3] выглядит следующим образом:

Функция (function) – 188–191

- аналитическая analytic function 147, 254, **436–437**, 442, 452, 456–462
- бесконечно большая extremely function **234–236**

- бесконечно малая infinitesimal function **232–238**
- комплексного переменного complex variable function **426**, 431–438, 443–481
- Лагранжа Lagrange function **868–871**
- логарифмическая logarithmic function 227–229, 445
- многих переменных multivariable function 319–342
- непрерывная continuous function 319–342
- неявная implicit function **332–334**
- обратимая invertible function **191**
- обратная inverse function **191**, 243–245
- периодическая periodical function 620, 621
- плотности распределения density function 620, 621
- показательная exponential function 228
- рациональная rational function 106, **227**, 281, 284
- элементарная elementary function **229**, 243–245, 261–263, 277, 409–412, 443

Как видно, мы использовали предметный указатель еще и как русско-английский словарь математических терминов.

Основным гипертекстовым средством, свойственным именно учебникам математики, является нумерация теорем, лемм, примеров, формул. Именно она осуществляет роль гипертекстового адреса, позволяющего быстро находить нужный объект. Наличие нумерации хорошо сочетается с надписями над знаком равенства, поясняющими преобразования (см. выше п. «Интерактивность»).

Гипертекстовым средством является и список литературы.

Современный дизайн

Дизайн в российском понимании – внешнее оформление. В широком понимании этого слова заложено значительно большее. Дизайн – разработка, создание, конструирование. Когда мы говорим о современном учебнике, то в понятие «дизайн учебника» нужно вкладывать именно широкий смысл этого слова.

Во внешнем оформлении вузовские учебники значительно отстали от своих младших собратьев – школьных учебников, особенно учебников младших классов. У нас сложилась традиция: наибольшее внимание уделяется дизайну учебников младших классов, меньшее – учебникам для средней ступени школьного образования, еще меньшее – учебникам для старших классов, и фактически никакого внимания не уделено дизайну учебников для высшей школы. Пренебрежение этим означает игнорирование основ восприятия информации человеком. Зрение – это наиболее «толстый» из каналов восприятия информации; по разным оценкам, с помощью зрения человек получает от 70 до 95% необходимой ему информации. Учебник предназначен для восприятия информации с помощью зрительного канала, поэтому мы должны создать благоприятные условия для этой передачи и восприятия. Существенную роль в этом играет дизайн учебника и учебного пособия. Что нужно иметь в виду автору и дизайнеру учебника? Во-первых, сама технология создания учебника должна предполагать постоянную совместную работу автора и дизайнера, при этом ведущая роль должна принадлежать автору. Автор и только автор является специалистом в предметной области. Он должен определять: как и где должен расставить акценты дизайнер, что должно быть выделено жирным

шрифтом, а что – курсивом, где должен использоваться мелкий шрифт, а где крупный, иначе дизайнерские приемы могут превратить учебник в красивую, но малополезную книгу. Думая о дизайне учебника, следует помнить, что существуют и хорошо апробированные приемы, которые встроены в современные издательские системы. Этими приемами следует пользоваться. В Latex (см., например [4]) «заложен» стиль «book», при этом создатели Latex – математики. Они, разрабатывая Latex, думали именно о дизайнерских средствах, которые нужны для учебников математики. Формулы, генерируемые в Latex, читаются и воспринимаются значительно лучше, чем формулы, созданные средствами Microsoft Equation.

Математические тексты достаточно хорошо стандартизованы. Под этим понимается наличие стандартных объектов, к которым относятся: определения, теоремы, следствия из теорем, леммы, примеры. Они должны быть четко выделены заголовками (**Определение, Теорема, Следствие, Лемма, Пример**). Также четко должны быть выделены сами эти объекты. Так, в учебнике [2] все теоремы имеют выделение рамкой, а определения выделены боковой чертой.

В последнее время широкое распространение получили специальные знаки, обозначающие начало и конец цельного фрагмента текста, например доказательства теоремы. Эти знаки пришли из алгоритмических языков и соответствуют операторным скобкам «begin» и «end». В учебном пособии [3] мы используем знаки ▲ – начало (begin) и ▼ – конец (end). В учебнике [2] для этого используется один знак – ●. Удобство этих знаков состоит не только в том, что они четко выделяют нужный фрагмент текста. Они могут

использоваться и в более широком смысле. Если в промежутке между ними нет текста, то это означает, что теорема приведена без доказательства.

Компьютеризированность и алгоритмичность учебника

Пожалуй, это понятие мы вводим впервые. Что понимается под этим?

Компьютеризированность и алгоритмичность – это:

- максимальное использование современных компьютерных средств в процессе написания учебника и подготовки его оригинал-макета;
- подготовка читателя к использованию алгоритмов, компьютерных средств и технологий их реализации при применении математики к выполнению как учебных, так и реальных прикладных задач;
- учет наличия новых возможностей восприятия информации современными читателями, которые сформировались у них благодаря изучению курса «Информатика», общению с компьютером, Интернету и т.п.

Поясним последнее примером. В учебнике [2] для записи преобразований, выполняемых при решении систем линейных уравнений, мы используем оператор присваивания. Преобразование системы, состоящее в прибавлении ко второму уравнению системы третьего уравнения, умноженного на 3, записывается с помощью оператора присваивания следующим образом: «C2: = C2 + 3C3».

Модульность учебника

Курс математики в высшем учебном заведении содержит все основные разделы этой области человеческого знания: геометрию, алгебру, дискретную математику, математический анализ и теорию функций комплексного переменного, дифференциальные урав-

нения и уравнения математической физики, численные методы, теорию вероятностей и математическую статистику, математическое моделирование. В зависимости от того, для каких направлений подготовки и специальностей пишется учебник, это перечисление может несколько меняться, меняется и глубина изложения этих разделов.

Приведенное выше перечисление основных разделов курса «Математика» свидетельствует о том, что он состоит фактически из отдельных учебных дисциплин, каждая из которых представляет собой обособленные разделы (модули) математической науки. Математика, как и другие науки, в своей основе едина, но современный уровень ее развития таков, что представить себе математика-профессионала, который бы занимался одновременно всеми этими ее разделами, невозможно. Также невозможно одновременное или параллельное изучение всех разделов математики. Поэтому сам курс математики и учебник математики состоят из отдельных учебных модулей (разделов). В нашем учебнике [2] четко структурированы следующие разделы: «Геометрия и алгебра», «Введение в анализ (элементы математической логики, теории множеств, комбинаторики)», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Математическое моделирование физических процессов (Математическая физика)», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика. Теория графов. Методы анализа графов», «Методы оптимизации», «Математическое моделирование». Важно, что разбиение на модули и подмодули должно производиться не по объему, а по смысловой однородности и самостоятельности. При этом полной самостоятельности и замкнутости модулей, естественно, быть не

может. При построении учебного курса для конкретного направления подготовки или специальности на основе учебника преподаватель должен знать всю архитектуру учебника и имеющиеся связи между модулями, поскольку механическое комплектование отдельных модулей в учебный курс не всегда возможно (а чаще невозможно никогда).

Таким образом, модульная структура современного учебника математики для высшей школы обусловлена двумя факторами:

- внешним – модульностью самого курса математики;
- внутренним – необходимостью формирования курса математики для конкретного направления подготовки/специальности на базе многопрофильного учебника.

Технологичность

Что мы понимаем под технологичностью учебника? Современный учебник – это не просто изложение содержания в соответствии с ГОС ВПО и программой курса, составленной на его основе. Содержание не есть абстрактное понятие – оно существует в неразрывной связи с формой, а формой здесь выступает технология обучения. Автор учебника уже на стадии его написания должен думать о форме реализации содержания, т.е. о технологии обучения, адекватной заложенному в учебник содержанию. Он должен предусмотреть: как содержание учебника будет превращаться в учебный курс, что необходимо разобрать со студентами на лекциях, что целесообразно и в каких объемах проработать во время практических занятий, как использовать учебник для организации самостоятельной работы студентов.

Существенной частью современного учебника являются авторские инструк-

ции по его использованию студентами и преподавателями. Такие инструкции для студентов и преподавателей вынесены нами в предисловие учебника [2] и пособия [3]. В учебное пособие [3] мы включили рабочую программу учебного курса «Дискретная математика», предусматривающую использование нашего пособия.

Открытость – замкнутость учебника

Не случайно в одном заголовке мы объединили два противоположных понятия. Под *замкнутостью учебника* мы понимаем то, что в нем приведен весь необходимый и достаточный для изучения материал, что в нем имеется необходимый набор контрольных вопросов и упражнений. В идеале, для учебника должен существовать соответствующий ему задачник или сам учебник одновременно должен исполнять роль задачника по курсу (учебное пособие [3] является одновременно и учебником, и задачником по курсу «Дискретная математика»). Учебник должен в приложениях содержать и необходимый справочный материал (статистические таблицы и т.п.).

Что же такое открытость учебника? Под *открытостью учебника* мы понимаем следующее: учебник должен быть снабжен подробным списком литературы, это позволяет заинтересованному читателю существенно продвинуться в освоении материала. Открытость учебника подразумевает и такой стиль изложения, при котором математика предстает не как завершенное создание человеческого разума, а как постоянно развивающаяся наука.

Учебник [2] и учебное пособие [3] написаны в соответствии с требованиями, которые сформулированы в этой работе. Опубликование учебника

[2] четырьмя изданиями и учебного пособия [3] десятью изданиями и присвоение им грифа Министерства образования РФ свидетельствуют о правильности избранного нами подхода к построению современного учебника математики.

Литература

1. Буга, П.Г. Структура и содержание учебников и учебных пособий / П.Г. Буга. М.: НИИВШ, 1985.
2. Владимирский, Б.М. Математика. Общий курс / Б.М. Владимирский, А.Б. Горстко, Я.М. Ерусалимский. 4-е изд. СПб.: Лань, 2008.
3. Ерусалимский, Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения / Я.М. Ерусалимский. 10-е изд. М: Вузовская книга, 2009.
4. Жуков, М.Ю. L^AT_EX_{2ε}: искусство набора и верстки текстов с формулами / М.Ю. Жуков, Е.В. Ширяева. Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2009.
5. Полякова, Т.С. История математического образования в России / Т.С. Полякова. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2002.