

УДК [37.016:511–028.31]:378.4

Ярахмедов Г.А.

О КОМПЛЕКСНОМ ПОДХОДЕ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Ключевые слова: модель, интегративный подход, комплексный подход, синергетика, информационный подход, онто-гносеологический структурный инвариант.

Коренные изменения, происходящие в современном мире во всех сферах человеческой деятельности, связанные прежде всего с развитием информационных технологий, требуют перехода на качественно иной уровень исследования различных систем, в том числе и образовательных. Такой переход обусловлен в первую очередь сменой в исследованиях математических моделей явлений и процессов доминирующей роли методов непрерывной математики на методы дискретной математики и синергетики. В связи с этим и происходит перестройка форм и методов в математической образовательной деятельности, где актуальными становятся идеи интеграции знаний одной или нескольких предметных областей в целостную систему, проблемного видения и познания мира, ориентированные на создание и применение инновационных технологий в профессионально-педагогическом образовательном пространстве. Такой подход будет способствовать формированию у студентов и будущих учителей математики принципа категориального анализа, рассматривающегося как один из наиболее значимых факторов в процессе овладения содержанием образования, способствующий развитию социокультурных и гуманитарных компетенций.

Поэтому в настоящее время актуальным становится интегративный подход к исследованию образовательных систем, а вместе с ним и комплексный подход, двойственным образом с ним сопряженный, позволяющий рассматривать образование и как процесс, и как систему.

Под комплексным подходом в новой образовательной парадигме и в стратегии дидактики математики высшей школы понимается обобщение интегративного подхода, представляемое

дуальной парой «процесс – система», или «интеграция – комплексификация». В такой паре первый компонент соответствует внешней форме деятельности, а второй – внутренней. Более конкретно: комплексный подход к обучению математике – это теоретико-методологический инструментарий, двойственным образом объединяющий в единое целое процесс построения новых объектов (знаний) с полученным в результате такого действия сложным объектом (комплексом, системой) методами математического моделирования и синергетики [10; 11]. Причем такое обобщение вполне корректно как в этимологическом, так и в методологическом плане.

В математической модели такого процесса (явления) паре «система – процесс» соответствует категория, определяемая как математическая структура парами вида «объект – морфизм», подчиняющимися определенным условиям. Наша задача – исследовать на языке категорий процесс обучения математике в высшей школе и выявить схему комплексной модели с позиций постнеклассической образовательной парадигмы в рамках комплексного мышления, для которого характерна триадическая структура, состоящая из трех компонентов: математического, диалектического и «жизнедеятельностного» мышления.

Как считают в научном сообществе настоящего периода [3; 7; 8], в постнеклассической науке, для которой фундаментальными идеями являются глобальный эволюционизм и системность, объединяющая сложные системы на общих основаниях базисной триады «математика – физика – философия», в качестве первичной математической структуры принимается не теория множеств, а теория категорий, алгоритмизации предпочитается моделирование.

Это означает, что процесс обучения математике характеризуется, с одной стороны, проявлением категориальных признаков в смысле философского дискурса, а с другой – категориальным представлением как математическая структура.

Именно в сочетании таких свойств предмета и метода и возникают противоречия в образовательной деятельности:

- между разобщенностью знаний в различных предметных областях, современным пониманием образования как процесса овладения культурой и отсутствием методики выявления синергетических эффектов как целостных структурных феноменов когнитивной деятельности;
- между абстрактностью и формализмом математического языка и практикой его применения в исследованиях естественных и гуманитарных наук посредством математического моделирования;
- между объемом получаемой современными средствами коммуникаций информации и отсутствием критериального подхода к оценке эффективности ее применения для структурного анализа и синтеза междисциплинарных комплексов и конвергирующих процессов в образовательном пространстве.

Мы считаем, что интегративные тенденции и комплексный подход, тесно связанные с системным, синергетическим и информационным подходами, позволяют разрешить проблемы возникновения этих противоречий и способствуют на основе общих закономерностей развития различных научных дисциплин выделению структурных инвариантов, оценке качества универсальных способов деятельности, ключевых компетенций, определению духовно-нравственных ориентиров

гармоничного развития личности как субъекта образовательного процесса, в котором доминирующую роль играют идеи культурогенеза.

В педагогической науке исследователями выделен ряд концепций, которые носят интегративный характер. К ним относятся, например, работы, посвященные изучению методологии и методики исследования синтезирующих процессов (межпредметных связей, преемственности, интеграции) в педагогике (В.С. Безруков, В.И. Загвязинский, И.Д. Зверев, Т.А. Ильина, В.Н. Максимова, М.И. Махмутов, Ю.Н. Ракчеева и др.), раскрывающие интегративные идеи всестороннего и гармоничного развития личности, интегративного образования (А.П. Беляева, В.Н. Воронин, Ю.И. Дик, В.В. Сериков, Э.Г. Юдин и др.) и интеграции школы с производством и обществом в целом (А.Я. Данилюк, Дж. Дьюи, И.М. Зырянова, В.В. Левченко, В.Д. Лобашев, В.Н. Софьина и др.), целостного процесса общенационального и профессионального становления личности (И.Л. Беленок, И.Ф. Исаев, В.П. Кузовлев, Г.Л. Луканкин, В.В. Мадер и др.).

В основе концепции синтеза дидактических систем лежит идея синтеза ведущих психолого-дидактических концепций как одного из способов разрешения важнейших противоречий педагогики, в том числе противоречия между необходимостью формирования у обучающихся системы знаний и целостного мировоззрения и отсутствием системности и целостности в самом предметном преподавании, разобщенностью различных дисциплин между собой.

Следует отметить, что целостность процесса образования обеспечивается единством составляющих обучения/воспитания, дифференциального/интегрального, анализа/синтеза, ин-

дукции/дедукции, положительного/отрицательного, количества/качества (и других философских категорий тоже), причем результатом такого процесса является некоторая система, и она устойчива, если составляющие этого процесса гармонично взаимосвязаны. Нахождение этой гармонии с помощью основных методологических принципов математического моделирования, а также комплексного подхода и является, в нашем представлении, основной задачей дидактики математики информационного периода. Тем более что в общем случае интегративные процессы в педагогике и образовании, как и в других социальных науках, связаны с расширением их гуманистических и мировоззренческих функций.

Логика комплексного мышления (математическое, диалектическое, «жизнедеятельностное») позволяет нам выделить следующие принципы комплексного подхода к математическому образованию в педагогическом вузе: 1) единства и борьбы противоположностей; 2) соответствия; 3) аналогии действий; 4) детерминизма; 5) симметрии; 6) двойственности; 7) инвариантности; 8) моделирования. Каждый из перечисленных принципов играет важную роль в структурировании и формализации содержания (знания) предмета и метода его представления. Причем логика математического мышления ориентирована на получение преимущественно теоретических знаний и их анализ на понятийном уровне; логика диалектического мышления – на получение эмпирических знаний и анализ посредством построения математических моделей явлений и процессов реального мира, при этом синтез методов этих компонентов дает возможность для получения новых знаний и философских обобщений. Ну а логика «жизнедеятельностного»

мышления способствует применению полученных знаний для решения жизненно важных проблем в деятельности личности в конкретной среде обитания как субъекта социокультурного пространства.

В первом случае в умозаключении преобладают правила дедукции и метод анализа (от общего к частному), во втором случае – правило индукции и метод синтеза (от частного к общему), в третьем случае – правило абдукции и метод смешанный (от частного к особенному или от общего к особенному).

Поэтому для комплексного подхода актуальным становится обучение математике с учетом существующей общей схемы диалектического разделения основных наук о числе – фундаментальном понятии математики, предложенной А.Ф. Лосевым [5], имеющей следующую структуру: 1) чистая математика; 2) математическое естествознание; 3) число как факт духовной культуры социализирующегося субъекта; 4) история всех предыдущих дисциплин. Очевидно, эта схема соответствует схеме комплексного мышления. Более того, такие сходства схем (изоморфизм структур) обнаруживаются для большинства систем, в которых выделяются три базисные структуры (или категории), подчиненные так называемому принципу тринитарности, обеспечивающему целостность системы. Например, система знаний представляется тремя уровнями: теоретическим, эмпирическим и метатеоретическим.

Исследования процессов обучения (или систем) в конкретной предметной области образовательного пространства обычно проводятся в контексте «эволюционной триады»: классическая – неклассическая – постнеклассическая, – актуальной с точки зрения

информационной парадигмы и разрешения глобальных проблем современного мира с быстро меняющейся внутренней структурой целостности. Эти составляющие триады и определяют соответствующие методологии науки и модели обучения и воспитания.

В математическом знании также принято выделять три области, существенные основы которых нетождественны: арифметическая, геометрическая и логическая. Их называют онто-гносеологическими основами математического знания [1]. Каждая из них не сводится к другой: они независимы.

Объект, получаемый синтезом базисных структурных элементов по определенной логической схеме, назовем комплексом.

В естественных науках комплекс миропонимания строится из трех базисных структур (категорий) – частиц, полей переносчиков взаимодействий и пространства-времени; в гуманитарных науках комплекс мировоззрения состоит из материального, идеального и духовного начал. В математике им соответствуют структуры порядка (или логические), арифметические (или алгебраические) и топологические (или геометрические), которые в точности определяются структурами мышления, связанными со структурами языка (Ж. Пиаже). В когнитивной деятельности мы также выделяем тринитарную модель: «субъект – знание – среда» или «субъект – язык – объект». Компонент «язык», в свою очередь, представляется тремя группами языков: вербальные, визуальные и моторные.

Тринитарные модели часто предлагаются в исследованиях современной науки [6].

Если характеристика комплекса, составленного из онто-гносеологических оснований (структур) математического

знания, при некоторых преобразованиях не меняется, то ее назовем онто-гносеологическим структурным инвариантом. Различаются количественные, качественные, а также физические и топологические (геометрические) онто-гносеологические структурные инварианты. Например, для всех многоугольников, гомеоморфных кругу, Эйлера характеристика, равная единице, является онто-гносеологическим структурным инвариантом (топологическим); группа движений плоскости (пространства), сигнатура квадратичной формы относительно невырожденных линейных преобразований, законы классической механики относительно инерциальных систем являются, соответственно, геометрическим, алгебраическим и физическим онто-гносеологическими инвариантами.

Выявление онто-гносеологических структурных инвариантов в различных структурах внутрипредметного, междисциплинарного и трансдисциплинарного характера и с их помощью анализ процесса построения новых комплексов является одним из эффективных приемов получения знаний в методологии комплексного подхода.

В математическом образовательном процессе очень важно учитывать связь между структурами мышления и базовыми структурами математики. Такая связь необходима при построении интегральных курсов математики, на что еще в 70-х гг. XX столетия указывал А.Н. Колмогоров: «Серьезное знакомство с математикой следует начинать с изучения в общей форме основных типов математических структур – структур порядка, алгебраических и топологических структур» [4].

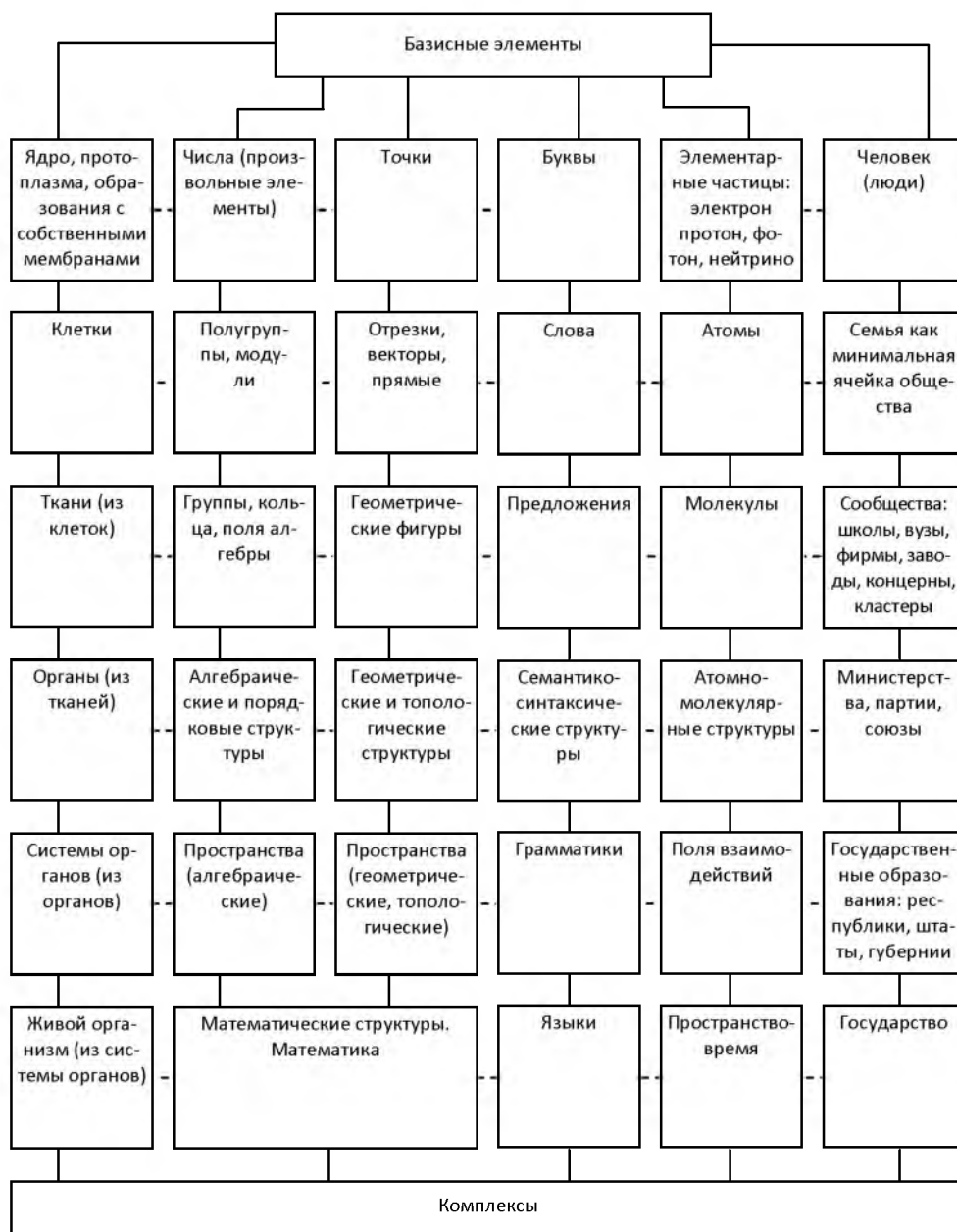
В новых условиях основные понятия деятельности: «среда», «субъект», «объект», «знание», «познание» – об-

ретают новый смысл. «То, что мы называем объективной реальностью, – не внешняя реальность, по отношению к которой субъект, ее познающий, занимает внешнюю позицию. Это реальность, в которой теряются дуализм материи и сознания, субъекта и объекта, внешнего и внутреннего. Эта реальность – процесс, в котором человек с его когнитивным аппаратом и нормами деятельности – звено и участник. При таком подходе реальность не внешняя данность и не внутренняя, не ментальная конструкция, это реальность, образующаяся на границе внутреннего и внешнего, на пересечении... Такая эволюционно-синергетическая парадигма, которую называют еще парадигмальной сложностью, позволяет построить единую картину мира, в которой человек укоренен в природе, мир и человеческое бытие соразмерны и потому конструирование искусственной природы и социальных институтов осуществляется в единой сети взаимодействий» [9].

В подтверждение вышесказанного методология комплексного подхода активизирует восприятие объектов в целостности и создает адекватный образ реального мира как интегрального единства совершенно различных структур.

Генезис и структурный изоморфизм комплексов представляются следующей схемой обобщенной модели-конструкта когнитивной деятельности (рисунок).

Горизонтальные связи (трансферы, лифты) между компонентами комплексов в схеме генезиса установлены пунктирной линией, а вертикальные – сплошной. Каждый последующий горизонтальный уровень (сверху вниз) представляет собой более высокий категориальный уровень в иерархии знаний, характеризующийся соответ-



ствующим онто-гносеологическим инвариантом. В указанном порядке этим горизонтальным уровням в точности соответствуют онтологический, гносеологический, эпистемологический, семиотический, логико-конструктивный

и методологический уровни. На каждом уровне абстракция и идеализация отношений между объектами и их свойствами переходят на следующий уровень онтики и онтологии. Изоморфизм компонентов горизонтальных

уровней устанавливается выбором соответствий отношений (операций) между базисными понятиями данного уровня и выявлением соответствующего структурного инварианта. Так, например, на гносеологическом уровне взаимодействию клеток, обусловленному закономерностями ионной, ковалентной и водородной связей, соответствует композиция базисных элементов, удовлетворяющая определенному закону. Ассоциативность взаимодействия клеток (атомов) порождает ассоциативность композиции элементов, т.е. множество состояний взаимодействия клеток (атомов) имеет структуру, аналогичную структуре полугруппы. Операции сложения отрезков и векторов, как известно, также ассоциативны.

Определяя операцию соединения (конкатенации) слов, убеждаемся, что она ассоциативна, т.е. множество слов относительно этой операции образует полугруппу. Наконец, множество семей относительно операции объединения также образует полугруппу.

Таким образом, на гносеологическом уровне полугруппа является структурным инвариантом компонентов комплекса.

Дальнейшая эволюция понятий по вертикали (вертикальный трансфер, вертикальный лифт), с переходом на последующий иерархический уровень знаний, происходит аналогично действиям на соответствующих компонентах комплексов (принципы аналогии и соответствия). Взаимодействие однородных (однотипных) объектов (клеток, полугрупп, отрезков, векторов, слов, атомов, семей) происходит в определенной среде, которая, обмениваясь «информацией» и «материей», определяет характер и результат взаимодействия. Это взаимодействие клеток и атомов, а также молекул осуществляет-

ся посредством ковалентной, ионной и водородной связей, в результате чего, например, в живых организмах возникает структура аминокислоты, состоящей одновременно из аминокислотной и карбоксильной групп, образующей при этом молекулу пептида. Дальнейшее присоединение аминокислот с помощью пептидных связей приводит к построению полипептидной цепи, которую называют первичной структурой, являющейся «структурным материалом» для тканей. Она выполняет роль единичной структуры во множестве структур тканей.

В химических соединениях образование структур молекул происходит по аналогичной схеме, и они представляются структурными формулами. Причем отображение химического строения с помощью структурных формул допустимо только для веществ, состоящих из молекул.

Если в полугруппе допустить существование для каждого элемента обратного и нейтрального (единичного, нулевого) элементов, то она становится группой. Далее по логической схеме определяются сумма (прямая сумма) и произведение групп (аналогия с полипептидной цепью). Более того, последующие сложные структуры строятся из полугрупп (групп) и модулей (по аналогии с аминокислотной и карбоксильной группой). Например, кольцо представляет собой объединение абелевой группы по сложению и полугруппы по умножению, а поле – это комплекс, состоящий из абелевых групп по сложению и умножению, причем последние связаны между собой законами дистрибутивности. Линейное векторное пространство – это комплекс, состоящий из абелевой группы по сложению и модуля.

Геометрические фигуры состоят из точек и отрезков. Вектор, опреде-

ляемый как упорядоченная пара точек, или направленный отрезок, задает на фигуре ориентацию, без которой полноценное исследование объекта невозможно. Множества отрезков и векторов относительно операции сложения образуют группы. Здесь нуль-отрезок и нуль-вектор играют роль нейтральных элементов, а единичный отрезок и единичный вектор являются базисными структурными элементами.

Предложение определяется как множество слов, а во множестве слов выделяется пустое слово – слово нулевой длины, которое играет роль нейтрального элемента относительно соединения (конкатенации) слов. Тогда множество слов образует полугруппу с нейтральным элементом, т.е. моноид. Более того, множество всех слов относительно операций объединения и соединения образует замкнутое полукольцо с отношением порядка по включению.

Наконец, множество семей относительно операции объединения также образует моноид (в качестве нейтрального элемента выступает «пустая семья», т.е. два элемента (человека) не образуют пару – семью, как две совпавшие точки не образуют отрезок, а порождают нуль-отрезок или нуль-вектор).

Итак, на эпистемологическом уровне установили, что структурным инвариантом компонентов комплекса является моноид, т.е. хотя основные понятия на разных компонентах принимают разные значения, но их фундаментальные связи сохраняются в виде моноида.

Аналогичным образом анализируются и остальные уровни комплекса. Кроме того, такие схемы составляются для любых предметных областей различными вариациями компонентов и уровней комплекса с сохранением

порядка последовательности уровней от онтологического до методологического, придерживаясь определенной логической схемы, подчиненной праксеологической целевой программе. Несомненно, такая программа меняет мотивацию обучаемых, ориентируя на усвоение целостных аспектов содержания материала данной предметной области, целостности мира и включенности в этот мир человека, в результате чего происходит формирование ценностно-смыслового отношения к природным явлениям. В гуманитарно ориентированной ситуации познавательный мотив человека, осознавшего свою включенность в общую схему деятельности, в интегральный образ мира и в социокультурную среду, расширяется до познания мира в целом, включая и самого субъекта. Познавательная деятельность становится одновременно поиском смысла познания природы, общества, фундаментальных законов универсума. Такая стратегия образования включает мотивационные механизмы, задающие и стимулирующие необходимость переосмысления и перестройки обучаемыми своего сознания, деятельности и общения, а также способствует когнитивной и личностной активности субъекта, обращенной на собственное Я и на диалог с другими субъектами.

Литература

1. Арепьев Е.И. Домножественная реалистическая интерпретация онто-гносеологических основ математики // Вопросы философии. 2010. № 7. С. 83–92.
2. Боровских А.В., Розов Н.Х. Деятельностные принципы и педагогическая логика // Педагогика. 2010. № 8. С. 10–19.
3. Касавин И.Т. Междисциплинарное исследование: к понятию и типологии // Вопросы философии. 2010. № 4. С. 61–73.
4. Колмогоров А.Н. Современная математика и математика в современной школе // Математика в школе. 1971. № 6. С. 2–3.
5. Лосев А.Ф. Хаос и структура. М.: Мысль, 1997.

6. Меськов В.С., Мамченков А.А. Мир информации как тринитарная модель Универсума. Постнеклассическая методология когнитивной деятельности // Вопросы философии. 2010. № 5. С. 57–67.
7. Нариньяни А.С. Математика XXI – радикальная смена парадигмы. Модель, а не Алгоритм // Вопросы философии. 2011. № 1. С. 71–82.
8. Перминов В.Я. Реальность математики // Вопросы философии. 2012. № 2. С. 24–39.
9. Черникова И.В. Типология науки в контексте современной философии науки // Вопросы философии. 2011. № 11. С. 73–78.
10. Ярахмедов Г.А. Комплексный подход в обучении математике в высшей школе // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. 2011. № 3 (16). С. 112–115.
11. Ярахмедов Г.А. Математическое образование и интегративные тенденции информационного периода развития общества // Модернизация российского образования: тренды и перспективы. Краснодар, 2012. Кн. 7.