

УДК 371.134:371.12.011.3-051:51

**Князева Л.Е.,
Коровина К.С.**

ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Ключевые слова: подготовка учителя математики, фундаментальность, специальная компетенция, изучение дифференциальной геометрии.

Отечественное математическое образование всегда отличалось таким качественным параметром, как фундаментальность. Причем если, как считает Г.А. Бордовский, «в традиционном понимании фундаментальность образования главным образом должна обеспечить компетентность специалиста», то в современных условиях резко возрастают требования к его мобильности в «реализации полученной подготовки», к его способности «достаточно быстро и относительно безболезненно перестраиваться, приобретать новые специальности и специализации», что усиливает значение фундаментальности подготовки [1, с. 3–4].

В настоящее время еще не завершен процесс диверсификации педагогического образования, перехода его от профессиональной к либеральной модели. Фундаментальность педагогико-математического образования является одним из факторов переидентификации его в образование университетского типа [2, с. 41]. Особенно важен процесс эффективной переидентификации в том случае, если педагогическое учебное заведение входит в состав университетов нового типа, в том числе федеральных университетов.

Ростовский государственный педагогический университет вошел в состав Южного федерального университета, что обострило необходимость фундаментализации прежде всего специальной математической подготовки бакалавров и магистров.

Фундаментальность специальной подготовки учителя математики во многом обеспечивается посредством формирования у будущих учителей математики специальных компетенций. Они сформулированы в примерной основной образовательной программе высшего профессионального образова-

ния для бакалавров направления подготовки 050100 «Педагогическое образование», профиль «Математика», разработанной Московским педагогическим государственным университетом в 2010 г., следующим образом:

- владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом (СК-1);
- владение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способность понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, умение реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументированно обосновывать имеющиеся знания (СК-2);
- способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики (СК-3);
- владение математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способность пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимание критериев качества математических исследований, принципов эксперимен-

тальной и эмпирической проверки научных теорий (СК-4).

Изучение специальных математических дисциплин, таких как алгебра, теория чисел, математический анализ, геометрия, направлено на формирование указанных специальных компетенций, следовательно, на обеспечение необходимой фундаментальной подготовки учителей математики. Значительную роль в этом процессе играет курс геометрии и входящая в него учебная дисциплина «Дифференциальная геометрия», так как она является, наряду с топологией, одним из самых современных разделов геометрии. Более того, геометрия среди специальных дисциплин занимает особое место, так как она позволяет изучать свойства геометрических фигур различными методами, в том числе и методами математического анализа.

Однако и в самом курсе математического анализа можно встретить примеры изучения свойств геометрических фигур. Например, в рабочей программе дисциплины «Математический анализ» для направления подготовки 050100 «Педагогическое образование», профиль «Математика», составленной на кафедре математики, алгебры и математического анализа Педагогического института Южного федерального университета, предполагается изучение таких приложений интеграла Римана, как площадь плоской фигуры и длина плоской кривой. Но этого недостаточно, чтобы составить полную картину об исследовании геометрических фигур методами математического анализа. Поэтому мы считаем необходимым продолжить это исследование в рамках раздела дисциплины «Геометрия» – «Дифференциальная геометрия».

Проследим динамику изменений содержания Федерального государ-

ственного образовательного стандарта высшего профессионального образования, относящихся к разделу «Дифференциальная геометрия» дисциплины «Геометрия».

Обратимся к стандарту 1995 г. Для специальности 050201 «Математика» предусмотрено следующее содержание дисциплины «Геометрия», которое мы можем отнести к разделу «Дифференциальная геометрия»:

- понятие линии и поверхности, их параметризация с помощью вектор-функций;
- кривизна и кручение кривой;
- формулы Френе;
- первая и вторая квадратичные формы поверхности, геодезические линии.

Если теперь рассмотреть интересное нас содержание дисциплины «Геометрия», соответствующее стандартам 2000 и 2005 гг. для специальности 050201 «Математика», то можно заметить, что оно несколько сократилось, а именно предложено следующее содержание:

- понятие гладкой линии и гладкой поверхности;
- формулы Френе;
- первая и вторая квадратичные формы поверхности;
- внутренняя геометрия поверхности.

В стандартах 2000 и 2004 гг. для направления 050200 «Физико-математическое образование» профиля «Математика» не совсем ясно прописано содержание раздела «Дифференциальная геометрия». Оно характеризуется следующим образом: «Элементы дифференциальной геометрии». По всей видимости, это предполагает дальнейшее сокращение материала.

В 2009 г. был утвержден Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессиональ-

ного образования по направлению подготовки 050100 «Педагогическое образование». Его специфической особенностью является то, что в базовую часть профессионального цикла внесены такие дисциплины, как психология, педагогика, безопасность жизнедеятельности, методика обучения и воспитания (по профилю подготовки). Все специальные математические дисциплины, в том числе и геометрия, не названы. Они входят в вариативную часть, их содержание не прописано и определяется основной образовательной программой, разрабатываемой вузом самостоятельно.

В соответствии с последним стандартом Московским педагогическим государственным университетом была разработана примерная основная образовательная программа высшего профессионального образования для бакалавров направления подготовки 050100 «Педагогическое образование», профиль «Математика». В этой программе дисциплина «Геометрия» включена в состав дисциплин профессионального цикла, но она не предусматривает изучения дифференциальной геометрии на ступени бакалавриата. Такой подход к содержанию курса геометрии вполне оправдан современными требованиями, предъявляемыми к подготовке бакалавров образования.

Но дифференциальная геометрия является примером взаимосвязи между различными математическими дисциплинами. Поэтому опыт изучения свойств геометрических фигур средствами математического анализа служит необходимым компонентом фундаментальной подготовки будущего учителя математики. Возникает вопрос: в рамках какой дисциплины, в каком объеме, на какой ступени обучения обращаться к данному разделу?

Мы считаем возможным его изучение в рамках курсов по выбору как в бакалавриате, так и в магистратуре.

На кафедре геометрии и методики преподавания математики Педагогического института Южного федерального университета разработаны рабочие программы дисциплин, отвечающие образовательному стандарту 2009 г.

Так, в бакалавриате предполагается изучение курса по выбору «Дифференциальная геометрия: теория кривых». Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, или 108 часов, из них 14 часов отводится на лекции, 22 часа на семинары и 72 часа на самостоятельную работу студентов.

Курс состоит из четырех модулей. Предполагается следующее содержание каждого модуля.

Модуль 1. Векторные функции от одной действительной переменной. Понятие векторной функции от одной действительной переменной. Действия с векторными функциями. Предел и непрерывность в точке векторной функции. Непрерывные векторные функции и их свойства. Дифференцируемость векторной функции, правила дифференцирования. Механический и геометрический смысл производной векторной функции. Векторная функция постоянной длины, постоянного направления. Теорема и формула Тэйлора для векторной функции.

Изучение первого модуля способствует формированию специальных компетенций СК1 и СК3.

Модуль 2. Первоначальные сведения о кривых. Гомеоморфизмы. Примеры. Элементарная, простая и общая кривая. Способы задания. Примеры. Определение касательной к элементарной кривой. Теорема существования касательной к гладкой кривой. Длина дуги кривой, ее вычисление, натуральный параметр.

Освоение указанного материала позволяет обеспечить формирование компетенций СК1, СК2 и СК4.

Модуль 3. Теория кривизны плоских кривых. Соприкасающаяся окружность. Построение соприкасающейся окружности предельным переходом. Кривизна. Векторы T и N . Формулы Френе. Эволюта. Эвольвента. Натуральное уравнение кривой.

При ознакомлении с данным разделом возможно формирование следующих компетенций: СК1, СК3, СК4.

Модуль 4. Теория кривизны пространственных кривых. Касательные, нормали. Соприкасающаяся плоскость. Сопровождающий трехгранник. Кривизна пространственной кривой. Формулы Френе. Кручение. Вычислительные формулы для кривизны и кручения. Натуральные уравнения.

Четвертый модуль помогает овладеть специальными компетенциями СК2 и СК3. В целом же курс по выбору «Дифференциальная геометрия: теория кривых» формирует у бакалавров весь комплект специальных компетенций СК1–СК4, особенно глубоко развивая компетенции СК1 и СК3.

Составим для курса по выбору «Дифференциальная геометрия: теория кривых» матрицу компетенций:

	СК1	СК2	СК3	СК4
Модуль 1	+		+	
Модуль 2	+	+		+
Модуль 3	+		+	+
Модуль 4		+	+	

Обратимся к рабочему плану дисциплины «Геометрия» для IV курса, составленному на кафедре геометрии и методики преподавания математики Педагогического института ЮФУ, который соответствует образовательному стандарту 2004 г. для направления 050200 «Физико-математическое образование», профиль «Математика».

Проанализировав его, можно сделать вывод, что содержание предлагаемого курса по выбору значительно шире. Добавлен следующий материал: механический и геометрический смысл производной векторной функции, векторная функция постоянной длины, постоянного направления, теорема и формула Тэйлора для векторной функции и др.

В магистратуре предполагается изучение курса по выбору «Дифференциальная геометрия: теория поверхностей».

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, или 108 часов, из них 8 часов отводится на лекции, 18 часов на семинары и 82 часа на самостоятельную работу студентов.

Курс состоит из трех модулей. Рассмотрим содержание модулей.

Модуль 1. Первоначальные сведения о поверхностях. Векторная функция от двух скалярных аргументов. Предел. Дифференцирование. Интегрирование. Криволинейные координатные сети на поверхности, гладкие поверхности, касательная плоскость, нормальный вектор и его длина. «Явное» и «неявное» задание поверхностей. Плоскость в разных системах координат. Поверхности вращения, их проверка на гладкость. Круговые цилиндр и конус. Сфера. Тор.

При изучении первого модуля предполагается формирование компетенций СК2, СК3, СК4.

Модуль 2. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Первая квадратичная форма и длины дуг на поверхности. Углы между кривыми на поверхности, координатный угол, биссекторные кривые, ортогональные траектории семейства кривых. Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна линии на поверхности, ее

вычисление. Нормальная кривизна поверхности в данном направлении, ее связь с кривизной нормального сечения. Асимптотические направления и линии. Омбилические точки. Индикатриса Дюпена и типы точек на поверхности. Формула Эйлера. Главные кривизны как экстремумы нормальной кривизны, их нахождение. Гауссова и средняя кривизны. Главные направления и линии кривизны. Координатные сети из линий кривизны. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Здесь возможно обеспечить овладение такими компетенциями, как СК1, СК3 и СК4.

Модуль 3. Внутренняя геометрия поверхности. Деривационные формулы для поверхности. Понятие об изгибании и внутренней геометрии поверхности. Геодезическая кривизна линии на поверхности, ее связь с кривизной плоской проекции и вычисление (в частности, для координатных линий). Геодезические линии. Полугеодезическая сеть. «Кратчайшее» геодезических. Геодезические линии и гауссова кривизна как объекты внутренней геометрии.

Изучение данного модуля направлено на овладение компетенциями СК2 и СК4. В целом же курс по выбору «Дифференциальная геометрия: теория поверхностей» формирует у магистров весь набор специальных компетенций, особое внимание уделяя СК4, что видно из матрицы компетенций:

	СК1	СК2	СК3	СК4
Модуль 1		+	+	
Модуль 2	+		+	+
Модуль 3		+		+

Таким образом, изучение курсов по выбору по материалу дифференциальной геометрии предполагает увеличение объема ее содержания за счет появления тем «Полугеодезическая сеть»,

«Поверхности вращения, круговые цилиндр и конус, сфера, тор» и др., а также формирует у студентов весь набор специальных компетенций.

Итак, для формирования специальных компетенций учителя математики, а значит, и для обеспечения фундаментальной математической подготовки мы считаем необходимым изучение раздела «Дифференциальная геометрия» в рамках курса по выбору «Дифференциальная геометрия: тео-

рия кривых» в бакалавриате и курса по выбору «Дифференциальная геометрия: теория поверхностей» в магистратуре.

Литература

1. *Бордовский Г.А.* Актуальные направления реализации концепции непрерывного педагогического образования // Непрерывное педагогическое образование. СПб.: Образование, 1993. Вып. 1. С. 3–6.
2. *Полякова Т.С.* Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете: дис. ... д-ра пед. наук. Ростов н/Д, 1998.